Université Paris-Dauphine
Jean Pisani-Ferry

Log-linéarisation d'un modèle macro-économique

En macro-économie, on pratique fréquemment, pour simplifier les calculs, la log-linéarisation d'un modèle au voisinage d'une solution de référence.

On part en général d'un modèle comportant deux type d'équations :

- des équations comportement du type $Y_i = f(\mathbf{X},\mathbf{Y})$ où Y_i est une variable endogène, **X** et **Y** étant respectivement des vecteurs de variables exogènes et endogènes
- des équations de comptables du type $Y = \sum_k Z_k$ où les variables Z_k sont indifféremment endogènes et exogènes.

On cherche à obtenir, au voisinage d'une solution de référence notée ~, une version du modèle linéaire en les logarithmes des variables de manière à déterminer l'effet de variations des variables exogènes (variantes de politique économique, notamment) ou éventuellement endogènes (chocs sur les endogènes du modèle).

On a donc $\tilde{Y}_i = f(\tilde{\mathbf{X}},\tilde{\mathbf{Y}})$ et $\tilde{Y} = \sum_k \tilde{Z}_k$

La différenciation des équations de comportement donne des équations de la forme :

$\frac{dY_i}{Y_i} = \sum_m \mu_m \frac{dX_m}{X_m} + \sum_n \nu_n \frac{dY_n}{Y_n}$, où les μ et ν sont des élasticités, soit, si l'on note pour une variable Z, z = dlog $Z = \frac{dZ}{Z} = \log Z - \log \tilde{Z}$,

$$y_i = \sum \mu_m x_m + \sum \nu_n y_n$$

Pour les équations comptables, la linéarisation s'effectue à partir de :

$Y_i - \tilde{Y}_i = \sum_k (Z_k - \tilde{Z}_k)$, soit :

$\frac{dY}{\tilde{Y}} = \sum_k \frac{\tilde{Z}_k}{\tilde{Y}} \frac{dZ_k}{\tilde{Z}_k}$, ou encore enfin :

$$y = \sum_k \zeta_k z_k \quad \text{avec } \zeta_k = \frac{\tilde{Z}_k}{\tilde{Y}_k}$$