

## TD n°7

### Crises de change Éléments de corrigé

#### 1. Peut-on fixer le prix des ressources ?

L'objet de l'exercice est de montrer qu'une politique insoutenable de contrôle du prix d'une ressource naturelle débouche sur une crise dont la date peut être précisément datée. L'analogie avec les crises de change de 1<sup>o</sup> génération est forte. Elle est même explicite dans le modèle de Krugman.

1. On se situe d'abord en l'absence d'intervention publique. L'offre d'or est fixe en quantité. La demande finale est d'origine industrielle, elle aboutit à la transformation de la matière première et donc à sa disparition pour les périodes ultérieures. L'équilibre du marché s'écrit à chaque période :

$$S_t - S_{t-1} = D(p_t) = p_t^{-\sigma}$$

L'or peut aussi être détenu pour un motif de spéculation : il faut alors, puisqu'il ne rapporte rien, que le spéculateur attende un gain en capital au moins égal au rendement d'un actif sans risque  $r$ . Soit :

$$\hat{p} = r \quad \text{ou encore} \quad p_t = p_0 e^{rt}$$

2. Toujours en l'absence d'intervention publique, le stock d'or initial doit couvrir l'ensemble de la demande future d'or. Comme le prix croît au taux  $r$ , celle-ci décroît au cours du temps. L'égalité offre-demande s'écrit :

$$S_0 = \int_0^{\infty} D(p_t) dt = \int_0^{\infty} (p_0 e^{rt})^{-\sigma} dt$$

Ce qui aboutit à déterminer le prix initial  $p_0$  qui satisfait cette condition intertemporelle :

$$p_0 = [r\sigma S_0]^{-1/\sigma}$$

3. Supposons maintenant que les autorités cherchent à fixer le prix à un niveau  $\bar{p}$  supérieur. Pour cela, elles détiennent le stock et satisfont toute la demande au prix  $\bar{p}$ . Cette politique n'est pas soutenable parce que si le prix est fixe, la demande industrielle est constante au cours du temps. Son intégrale est donc infinie, alors que le stock initial est fini. Cette politique est insoutenable, elle aboutira nécessairement à une crise.
4. La crise interviendra quand les spéculateurs décideront d'acheter tout l'or disponible à l'autorité de régulation. Ils le feront dès qu'ils anticiperont que le prix libre (après la crise

et la fin du système de fixation des prix) sera supérieur ou égal à  $\bar{p}$ . C'est une condition standard d'équilibre concurrentiel : le profit net de la spéculation est nul (il n'en serait pas de même en cas de concurrence imparfaite entre les spéculateurs).

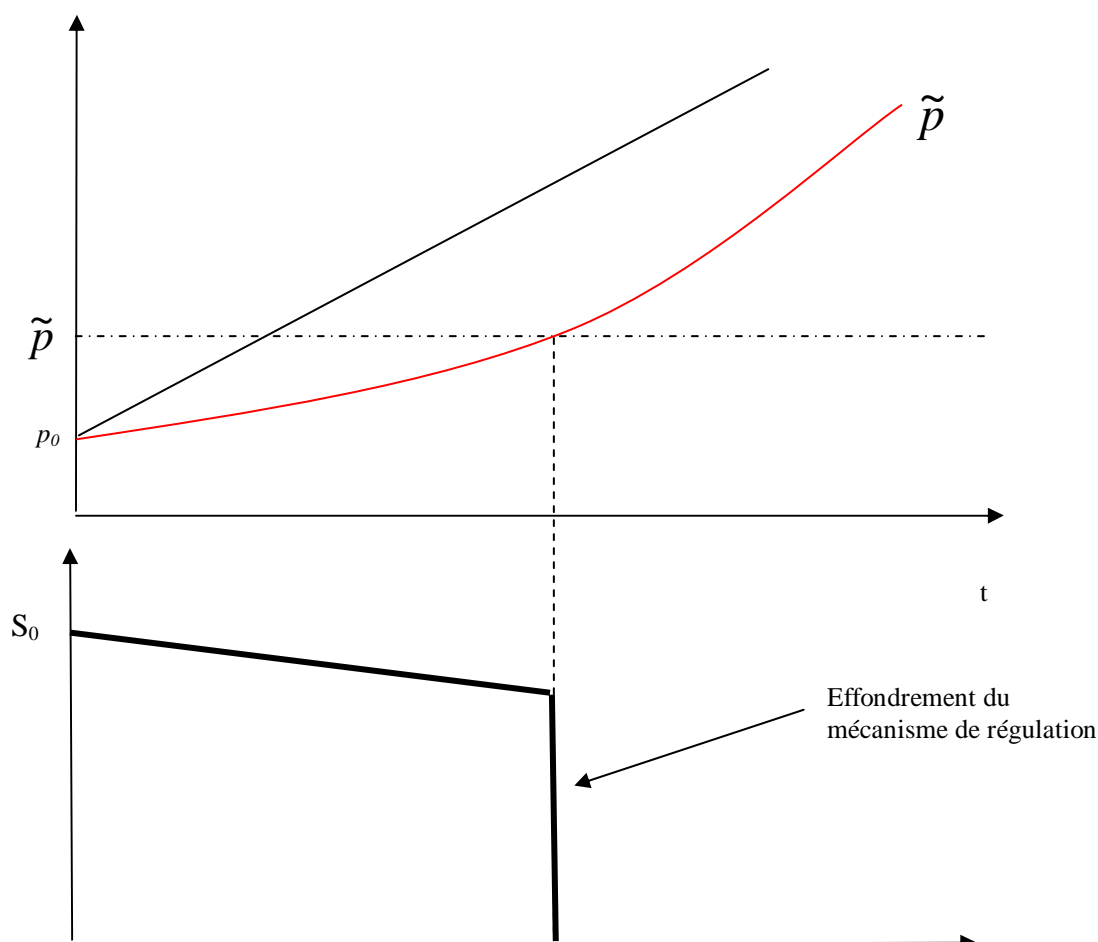
Il est évident que comme  $\bar{p} > p_0$ , les spéculateurs n'ont aucun intérêt à attaquer le système à  $t = 0$ . S'ils le faisaient, le prix tomberait à  $p_0$  et ils subiraient une perte en capital. Pour savoir quand attaquer, ils doivent à chaque instant calculer le prix qui s'établirait après l'effondrement du système de régulation si l'attaque (victorieuse) avait lieu à cet instant. Or ce prix se calcule facilement : à la date  $t$ ,

- Le stock d'or encore disponible est  $S_t = S_0 - D(\bar{p})t$
- Le prix qui s'établirait en cas d'effondrement immédiat serait  $\tilde{p}_t = [r\sigma S_t]^{1/\sigma} = [r\sigma(S_0 - D(\bar{p})t)]^{1/\sigma}$

Le moment de l'attaque se détermine donc simplement :

- Le système reste en vigueur tant que  $\tilde{p}_t < \bar{p}_t$
- Il s'effondre dès que  $\tilde{p}_t = \bar{p}_t$

Pour  $\tilde{p}_t < \bar{p}_t$ , le taux de croissance de  $\tilde{p}$  est inférieur à celui du prix libre car le prix étant plus élevé, la demande industrielle est moins forte et le stock s'épuise moins rapidement. Graphiquement,



La crise intervient donc à un moment déterminé. Les spéculateurs se coordonnent par la connaissance du modèle et de ce qu'il implique.

## 2. Un modèle simple à équilibres multiples

1. Persistance du chômage, coût fixe (politique / crédibilité) de la dévaluation.
2. Si les agents n'anticipent pas la dévaluation, on a  $L = \rho U_{-1}^2$  en cas de maintien des changes fixes, et  $L = (\rho U_{-1} - \alpha d)^2 + c$  en cas de dévaluation

Il est donc optimal de ne pas dévaluer si  $\frac{c}{\alpha d} - 2\rho U_{-1} > -\alpha d$

3. Si la dévaluation est anticipée,  $\hat{p}^a = d$ . On a donc :

$L = (\rho U_{-1} + \alpha d)^2$  en cas de non-dévaluation, et

$L = (\rho U_{-1})^2 + c$  en cas de dévaluation.

Il est donc optimal de ne pas dévaluer si  $\frac{c}{\alpha d} - 2\rho U_{-1} < \alpha d$

On voit que  $\Phi = \frac{c}{\alpha d} - 2\rho U_{-1}$  joue le rôle d'un « fondamental ». Mais il y a équilibres multiples :

- Si  $\Phi > \alpha d$  il faut conserver la parité fixe,
- Si  $\alpha d > \Phi > -\alpha d$  il y a deux équilibres (il est optimal de suivre le marché)
- Si  $\Phi < -\alpha d$  il faut dévaluer.

4. Soit pro la probabilité de dévaluation à t. On a  $pro = pro(U_{t-1})$ , et donc :

$\hat{p}^a = pro(U_{t-1})d$ , et

$U = U_{-1} - \alpha(Zd - pro(U_{-1})d)$ , soit

$U - U_{-1} = \alpha(pro(U_{-1}) - Z) - (1 - \rho)U_{-1}$

En changes fixes, le chômage s'accroît si la probabilité perçue de la dévaluation est forte, et si la persistance du chômage est forte. On peut avoir un cercle vicieux.

## 3. Spéculation dans un régime de changes fixes

### Résolution du modèle

L'équation (1) est une courbe d'offre classique, qui peut être dérivée de l'égalisation du salaire réel et de la productivité marginale du travail, où le terme  $u$  représente des chocs de demande négatifs. L'équation (2) exprime la PPA, elle implique que  $p = e$ . L'équation (3) indique que les salaires sont fixés à la période  $t - 1$  en fonction de l'anticipation de prix pour la date  $t$ . Il y a donc rigidité nominale à court terme, et la courbe d'offre se réécrit :

$$y = \alpha(p_t - E_{t-1}(p_t)) = \alpha(e_t - E_{t-1}(e_t))$$

Elle a une pente positive.

La fonction de perte (4) est classique.  $\tilde{y} > 0$  traduit le fait que le gouvernement veut augmenter la production, par exemple parce qu'il cherche à réduire le chômage en dessous de son niveau d'équilibre de long terme.

La condition du premier ordre donne :

$$(I) \quad \hat{e}_t = e_t - e_{t-1} = \frac{\alpha^2}{\theta + \alpha^2} \left[ (w_t - p_{t-1}) + \frac{u_t}{\alpha} + \frac{\tilde{y}}{\alpha} \right]$$

L'expression (I) montre qu'il y a trois raisons de déprécier la monnaie (et, ce qui revient au même, de faire de l'inflation):

- l'inflation anticipée  $w - p_{t-1} = E_{t-1}(p_t) - p_{t-1}$ ,
- les chocs d'offre non-anticipés, qui poussent à dévaluer pour accroître la production,
- l'écart entre le niveau désiré de l'output et son niveau naturel, qui pousse aussi à faire de l'inflation, non anticipée.

En anticipations rationnelles, les salariés connaissent la réaction du gouvernement. Ils demandent donc des salaires égaux à :

$$w_t = e_{t-1} + \frac{\alpha^2}{\theta + \alpha^2} \left[ E_{t-1}(p_t - p_{t-1}) + \frac{E_{t-1}(u_t)}{\alpha} + \frac{\tilde{y}}{\alpha} \right]$$

Le terme en  $E_{t-1}(u_t)$  est nul puisque l'on suppose les chocs non-anticipés.

En substituant dans (I), il vient :

$$(II) \quad \hat{e}_t = \hat{p}_t = \lambda u_t + \frac{\lambda}{1 - \lambda} \frac{\tilde{y}}{\alpha} \quad \text{avec } \lambda = \alpha^2 / (\theta + \alpha^2)$$

En l'absence de chocs, l'inflation et la dépréciation du change sont fonction de l'écart entre l'output désiré et l'output naturel. S'y ajoute une inflation non-anticipée due aux chocs. On a évidemment :

$$(III) \quad y_t = \alpha \hat{e}_t - u_t = - (1 - \alpha \lambda) u_t \quad \text{avec } \alpha \lambda < 1$$

L'inflation anticipée est sans effet sur la production, qui est en revanche affectée par les chocs. Pour  $u = 0$ , on a  $y = 0$ , ce qui indique bien que l'équilibre obtenu est inefficace. Ceci provient de l'absence de crédibilité du gouvernement.

### *Bénéfices des changes fixes*

L'adhésion à un système de changes fixes de type SME est un moyen d'éliminer cette inefficacité, car elle « lie les mains » du gouvernement qui accepte de payer un coût politique s'il revient sur son engagement de maintenir la stabilité des changes. Mais elle a aussi un coût, qui est l'absence de flexibilité en cas de choc non-anticipé.

L'équation (4) donne :

$$\ell_t = \frac{1}{2} [\theta(e_t - e_{t-1})^2 + (\alpha(e_t - w_t) - u_t - \tilde{y})^2] + cZ_t$$

Si le gouvernement choisit de ne pas dévaluer, la perte subie est :

$$\ell_{fix} = \frac{1}{2} [\tilde{y} + u_t + \alpha\pi_t^a]^2$$

où  $\pi_t^a = E_{t-1}(e_t) - e_{t-1}$  est l'inflation anticipée. Si le système de change fixe est parfaitement crédible, on a évidemment  $\pi^a = 0$ , et le coût des changes fixes résulte seulement des chocs (et de l'écart entre output naturel et output désiré).

Si le gouvernement renonce aux changes fixes et dévalue du montant optimal donné par (I), la production s'obtient en remplaçant p par l'expression issue de (I) dans l'équation (1):

$$y = \lambda \tilde{y} - \alpha(1 - \lambda)\pi^a - (1 - \lambda)u$$

On peut alors calculer la perte correspondante. Tous calculs faits,

$$\ell_{dev} = \frac{1}{2} (1 - \lambda)(\tilde{y} + u + \alpha\pi^a)^2 + c$$

Il y aura réaligement si  $\ell_{dev} < \ell_{fix}$ , i.e. si

$$(IV) \quad \lambda(\tilde{y} + u + \alpha\pi^a)^2 \geq 2c$$

Considérons d'abord le cas où le système de changes fixes est parfaitement crédible. En ce cas, les anticipations d'inflation sont nulles et il y n'y aura dévaluation que si :

$$(V) \quad u \geq \bar{u} = \sqrt{\frac{2c}{\lambda}} - \tilde{y}$$

La possibilité de dévaluer joue le rôle d'une clause de sauvegarde. Elle permet d'échapper aux cas où la rigidité du système fait problème pour une économie soumise à des chocs non-anticipés.

Pour  $u = 0$  (absence de chocs), la condition (IV) permet de déterminer quand un système de changes fixes est stable, c'est-à-dire qu'il ne conduit jamais à préférer la dévaluation. Il suffit de faire  $u = 0$  et  $\pi^a = 0$  dans (IV) (puisque le système est supposé stable, l'inflation anticipée est nulle). On voit qu'il faut :

$$(VI) \quad c \geq \lambda \frac{\tilde{y}^2}{2}$$

Sous cette condition,

$$\ell_{fix} = \frac{\tilde{y}^2}{2} < \ell_{float} = \frac{\tilde{y}^2}{2} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda}{1 - \lambda} \frac{\theta}{\alpha} \right)^2 \right]$$

Il suffit donc que le coût de la dévaluation soit élevé pour que les changes fixes améliorent le bien-être. Ils sont alors un substitut à l'indépendance de la banque centrale.

### *Crises de change*

Il faut maintenant endogénéiser l'anticipation d'inflation. Celle-ci est nulle tant qu'est anticipé le maintien de la parité, mais elle est égale à l'anticipation de dévaluation lorsque celle-ci existe. Soit, si  $\bar{u}$  est le seuil de dévaluation :

$$\pi^a = \text{Prob}(u \geq \bar{u}) \cdot E(\hat{e} | u \geq \bar{u})$$

On a  $\text{Prob}(u \geq \bar{u}) = (\mu - \bar{u}) / 2\mu$  et  $E(u | u \geq \bar{u}) = (\mu + \bar{u}) / 2$ , d'où

$$(VII) \quad \pi^a(\bar{u}) = \frac{\lambda \frac{\mu - \bar{u}}{2\mu} \left( \frac{\mu + \bar{u}}{2\alpha} + \frac{\tilde{y}}{\alpha} \right)}{1 - \lambda \frac{\mu - \bar{u}}{2\mu}}$$

Il y aura dévaluation si  $\bar{u}$  vérifie la condition (IV), i.e. si :

$$\lambda[\tilde{y} + \bar{u} + \alpha\pi^a(\bar{u})]^2 \geq 2c \quad \text{soit}$$

$$(VIII) \quad \lambda[\tilde{y} + \bar{u} + \alpha\pi^a(\bar{u})] \geq (2c)^{1/2}$$

Cette condition détermine de manière endogène le seuil de dévaluation. Avec les valeurs numériques indiquées on trouve qu'il y aura dévaluation pour  $u \leq u_1 = -0.023$  (avec alors  $\pi^a = 5,7\%$ ) ou  $u \geq u_2 = 0.0099$  (avec  $\pi^a = 1.23\%$ ).

Le seuil  $u_1$  correspond à un choc positif sur  $y$ , qui est inflationniste. Le seuil  $u_2$  correspond au contraire à un choc récessif, que l'inflation permet de combattre.

### **4. Crises de change et équilibres multiples**

La relation (1) se retrouve sous une forme voisine dans beaucoup de modèles macro-économiques simplifiés. Elle exprime qu'une inflation non-anticipée peut faire temporairement baisser le chômage en-dessous de son niveau d'équilibre. La justification usuelle en est qu'une inflation non-anticipée réduit le salaire réel et augmente donc l'offre rentable. Par ailleurs, l'économie est soumise à des aléa représentés par  $\varepsilon$ .

$$(1) \quad U = (\hat{p}^e - \hat{p}) + \varepsilon$$

La fonction de perte des autorités (2) est elle aussi usuelle : celles-ci arbitrent entre chômage et inflation ( $\theta$  représente leur aversion à l'inflation). Elles aimeraient réduire le chômage en-dessous de sa valeur d'équilibre, d'où avec les conventions retenues  $\tilde{U} < 0$ .

$$(2) \quad L = (U - \tilde{U})^2 + \theta \hat{p}^2 + \xi$$

Enfin  $\xi$  est un coût fixe associé à la dévaluation ou à la réévaluation du taux de change, qui traduit le coût politique d'une renonciation au change fixe lorsque les autorités se sont lié les mains.

- a) On suppose tout d'abord  $\xi = 0$ , ce qui signifie que les autorités ne se sont pas lié les mains et choisissent à chaque période le taux de change et le taux d'inflation. Pour calculer ceux-ci, il faut minimiser  $L$ . En substituant (1) dans (2), il vient :

$$(3) \quad L = (\hat{p}^e - \hat{p} + \varepsilon - \tilde{U})^2 + \theta \hat{p}^2$$

La condition du premier ordre  $\frac{dL}{d\hat{p}} = 0$  donne :

$$(4) \quad \hat{p} = e - e_{-1} = \frac{\varepsilon + \hat{p}^e - \tilde{U}}{1 + \theta}$$

Il y a donc plusieurs raisons de dévaluer et d'accepter de l'inflation : des chocs récessifs non anticipés ( $\varepsilon$ ), des anticipations d'inflation qui rendent coûteuse le maintien de la stabilité des prix ( $\hat{p}^e$ ), un objectif de réduction du chômage trop ambitieux au regard de son niveau d'équilibre ( $\tilde{U}$ ). L'aversion pour l'inflation ( $\theta$ ) agit comme un modérateur.

En reportant (4) dans (3), on obtient :

$$(5) \quad L = \frac{\theta}{1 + \theta} (\varepsilon + \hat{p}^e - \tilde{U})^2$$

La perte est d'autant plus importante que le choc est fort, les anticipations d'inflation élevées et l'objectif de chômage ambitieux.

- b) Seuls les chocs ne sont pas anticipés par les agents privés (puisque  $E(\varepsilon) = 0$ ). En revanche, les autres motifs à une politique d'inflation et de dévaluation leurs sont parfaitement connus. L'équilibre d'anticipation rationnelle se calcule en écrivant :

$$E(\hat{p}) = \frac{\hat{p}^e - \tilde{U}}{1 + \theta} \text{ et } \hat{p}^e = E(\hat{p})$$

On en tire l'espérance de l'inflation en régime de changes flexibles :

$$(6) \quad E(\hat{p}) = -\frac{\tilde{U}}{\theta}$$

Comme dans le modèle d'économie fermée de Barro-Gordon, l'inflation provient de l'incitation qu'ont les autorités à tromper les agents privés par de l'inflation surprise, en vue de réduire le chômage. Mais les agents privés anticipent ce comportement. L'inflation est donc positive, mais anticipée. Le taux de chômage est à son niveau d'équilibre  $U = 0$ . L'espérance de la fonction de perte est :

$$(7) \quad E(L) = \frac{1 + \theta}{\theta} \tilde{U}^2$$

Cet équilibre est inefficace : la perte serait seulement  $\tilde{U}^2$  si les autorités pouvaient se lier les mains et s'imposer de ne pas conduire de politique inflationniste

- c) Lorsque la dévaluation comporte un coût fixe politique  $\xi^+$  et la réévaluation un coût fixe analogue  $\xi^-$ , après un choc les autorités choisissent de dévaluer ou de réévaluer si et seulement si :

$$L^{flex} + \xi^+ < L^{fix} \text{ ou } L^{flex} + \xi^- < L^{fix}$$

$L^{flex}$  s'obtient simplement en substituant (4) et (1) dans (2) :

$$L^{flex} = \left[ (\varepsilon + \hat{p}^e - \tilde{U}) \left( 1 - \frac{1}{1 + \theta} \right) \right]^2 + \theta \left( \frac{\varepsilon + \hat{p}^e - \tilde{U}}{1 + \theta} \right)^2 \text{ soit finalement :}$$

$$(8) \quad L^{flex} = \frac{\theta}{1+\theta} (\varepsilon + \hat{p}^e - \tilde{U})^2,$$

tandis que  $L^{fix}$  est simplement obtenu en calculant la valeur de  $L$  pour une inflation nulle :

$$(9) \quad L^{fix} = (\varepsilon + \hat{p}^{e^2} - \tilde{U})^2$$

L'arbitrage est donc simple : la modification du change permet de réduire la perte mais induit un coût fixe. Au total, le choix des autorités est de rester en changes fixes lorsque le choc est d'ampleur limitée. Analytiquement, il y a maintien du change fixe si :

$$\varepsilon \in [\varepsilon^-, \varepsilon^+] \text{ avec : } \varepsilon^- = \tilde{U} - \hat{p}^e - \sqrt{(1+\theta)\xi} \text{ et } \varepsilon^+ = \tilde{U} - \hat{p}^e + \sqrt{(1+\theta)\xi}$$

Lorsque le choc est à l'extérieur de cet intervalle, il y aura dévaluation (si  $\varepsilon > \varepsilon^+$ ) ou réévaluation (si  $\varepsilon < \varepsilon^-$ ). C'est ce qu'on appelle un régime de changes fixes mais ajustables.

- d) Ce comportement des autorités est anticipé par les agents. L'anticipation rationnelle de l'inflation devient :

$$(10) \quad E(\hat{p}) = E(\hat{p} | \varepsilon < \varepsilon^-) \text{Pr ob}(\varepsilon < \varepsilon^-) + E(\hat{p} | \varepsilon > \varepsilon^+) \text{Pr ob}(\varepsilon > \varepsilon^+)$$

qui traduit simplement les différents cas possibles et l'anticipation rationnelle correspondante de l'inflation.

Comme le choc est uniformément distribué sur  $[-v, +v]$ , la probabilité que le choc soit en dehors de l'intervalle se calcule aisément :

$$\text{Prob}(\varepsilon < \varepsilon^-) = \frac{\varepsilon^- - v}{2v} \text{ et de même pour les valeurs positives.}$$

On obtient alors :

$$(11) \quad E(\hat{p}) = \frac{1}{1+\theta} \left[ \left( 1 - \frac{\varepsilon^+ - \varepsilon^-}{2v} \right) (\hat{p}^e - \tilde{U}) - \frac{\varepsilon^{+2} - \varepsilon^{-2}}{4v} \right]$$

La possibilité de dévaluer affecte l'inflation de manière complexe. En effet les bornes  $\varepsilon^-$  et  $\varepsilon^+$  sont elles-même fonction de l'anticipation d'inflation. L'inflation effective n'est donc plus fonction linéaire de l'inflation anticipée.

- e) L'expression (11) se simplifie lorsque les seuils de décision  $\varepsilon^-$  et  $\varepsilon^+$  sont extérieurs à l'intervalle  $[-v, +v]$  puisque dans ce cas, . Le calcul montre facilement que :

$$\varepsilon^- < -v \text{ si } \hat{p}^e > v + \tilde{U} - \sqrt{(1+\theta)\xi} \text{ et } \varepsilon^+ > v \text{ si } \hat{p}^e < v + \tilde{U} + \sqrt{(1+\theta)\xi}$$

Lorsque :

$$(12) \quad v + \tilde{U} - \sqrt{(1+\theta)\xi} \leq \hat{p}^e \leq v + \tilde{U} + \sqrt{(1+\theta)\xi}$$

les seuils de réévaluation et de dévaluation ne sont jamais atteints et les changes fixes sont donc maintenus. En revanche, lorsque l'inflation anticipée est faible ou élevée, la possibilité d'équilibres multiples apparaît puisque l'expression (11) est une fonction quadratique de l'inflation anticipée.

- f) Ce modèle illustre les bénéfices et les risques des changes fixes-mais-ajustables. Le régime de changes fixes permet de surmonter une efficacité des changes flottants lorsque la crédibilité interne de la politique monétaire n'est pas assurée, mais au prix d'une moindre capacité de réponse aux chocs. La solution naturelle à ce dilemme est de prévoir une clause de sauvegarde qui permet de procéder à une dévaluation ou à une réévaluation en cas de choc important. Cette possibilité est cependant intégrée dans les anticipations des agents. Par exemple, le fait que les autorités se soient laissées la possibilité de dévaluer va donner naissance à des anticipations d'inflation, qui vont-elles-même renforcer le coût du maintien des changes fixes. L'interaction entre agents privés et autorités publiques peut alors déboucher sur des équilibres multiples.